

Bandas Fotônicas Proibidas e Cristais Fotônicos

Aluno: Flávio Pinto de Almeida Filho

Sumário:

- História
- Introdução
- Análise Qualitativa
- Análise Quantificativa (Equação Mestra)
- Aplicação
- Referências

Historia:

- 1887 - Lord Rayleigh estudava a propagação das ondas em estruturas periódicas.
- 1975- Bykov descreveu a possibilidade de usar estruturas periódicas para o controle de emissão espontânea.
- 1985- Bulgakov averiguo estados de superfície que ocorrem devido à propagação de outras em multicamadas periódicas.
- 1987- Yablonovitch cunhou o nome de cristais Fotônicos a estas estruturas periódicas.



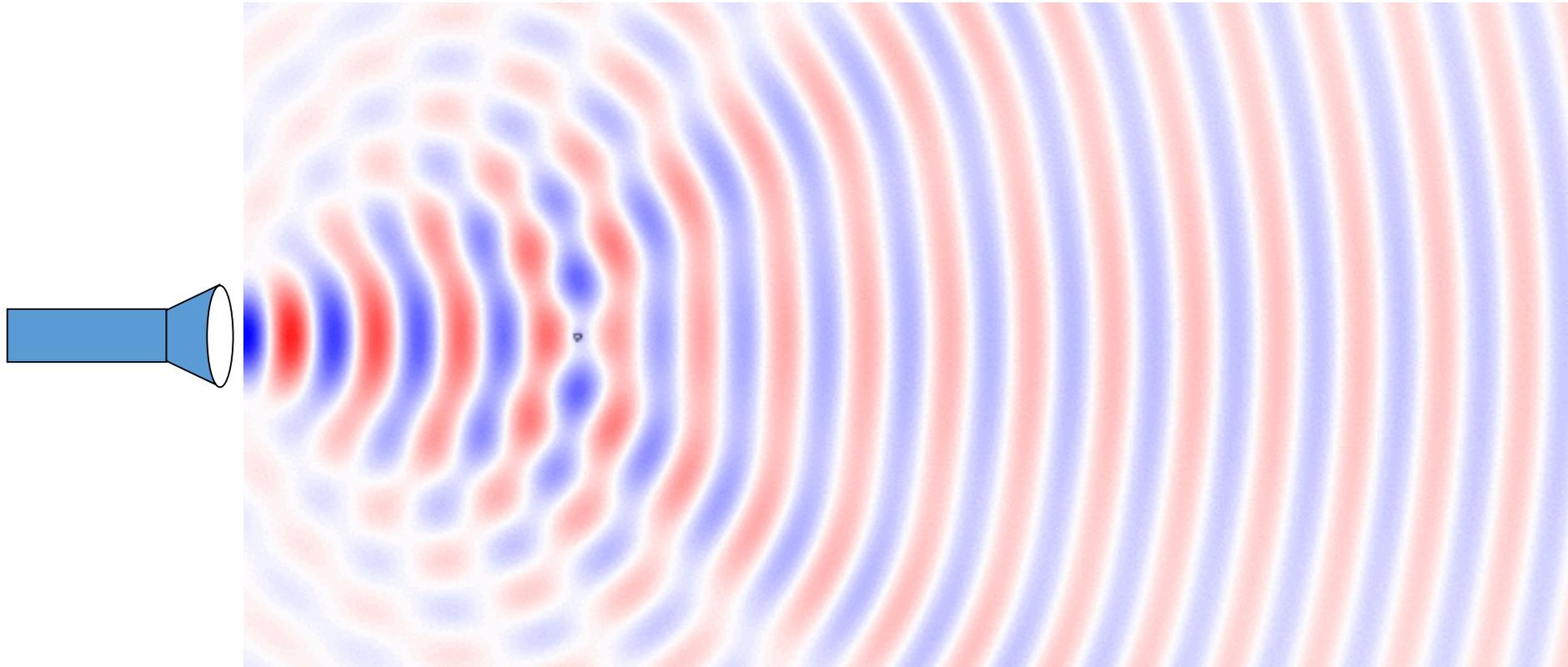
Lord Rayleigh



Eli Yablonovitch

Introdução:

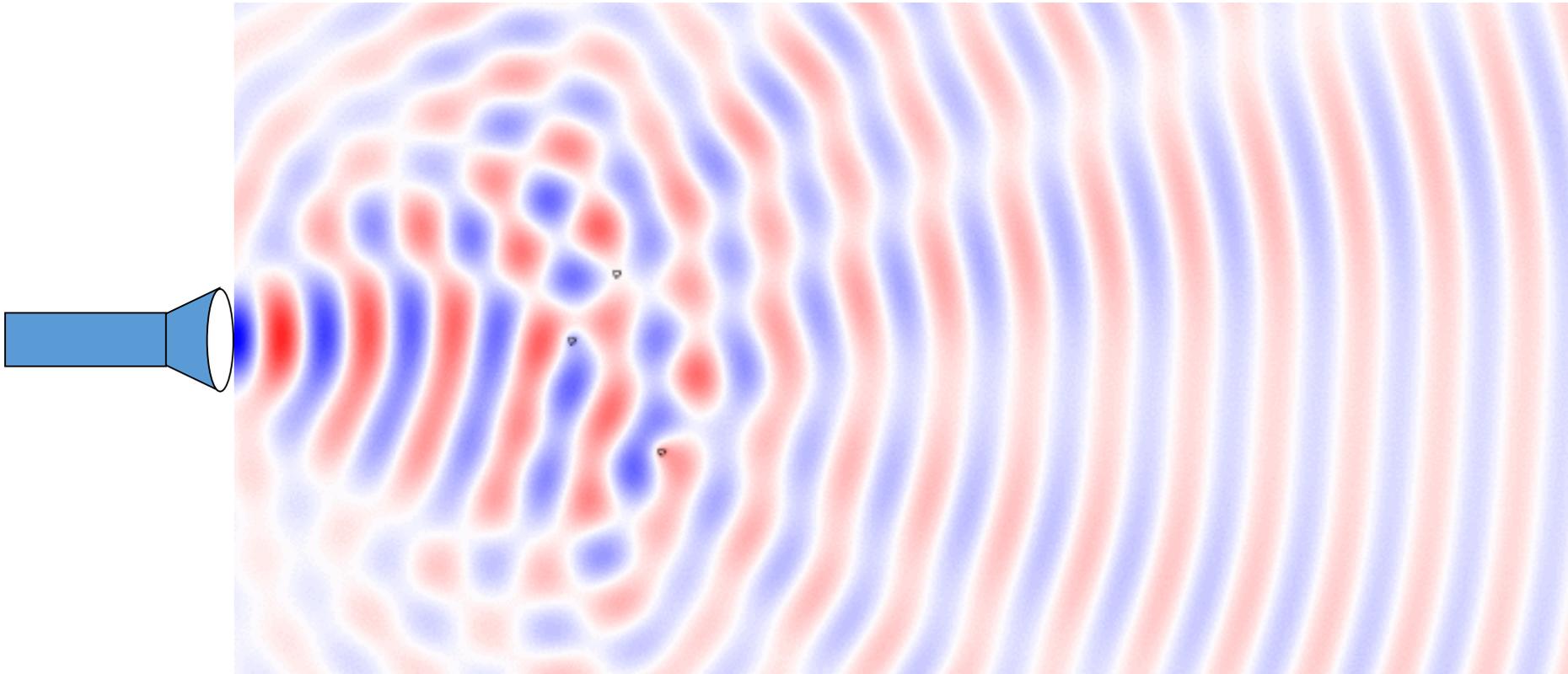
Espalhamento em único centro espalhador



interferência das ondas viajando em diferentes direções

Introdução:

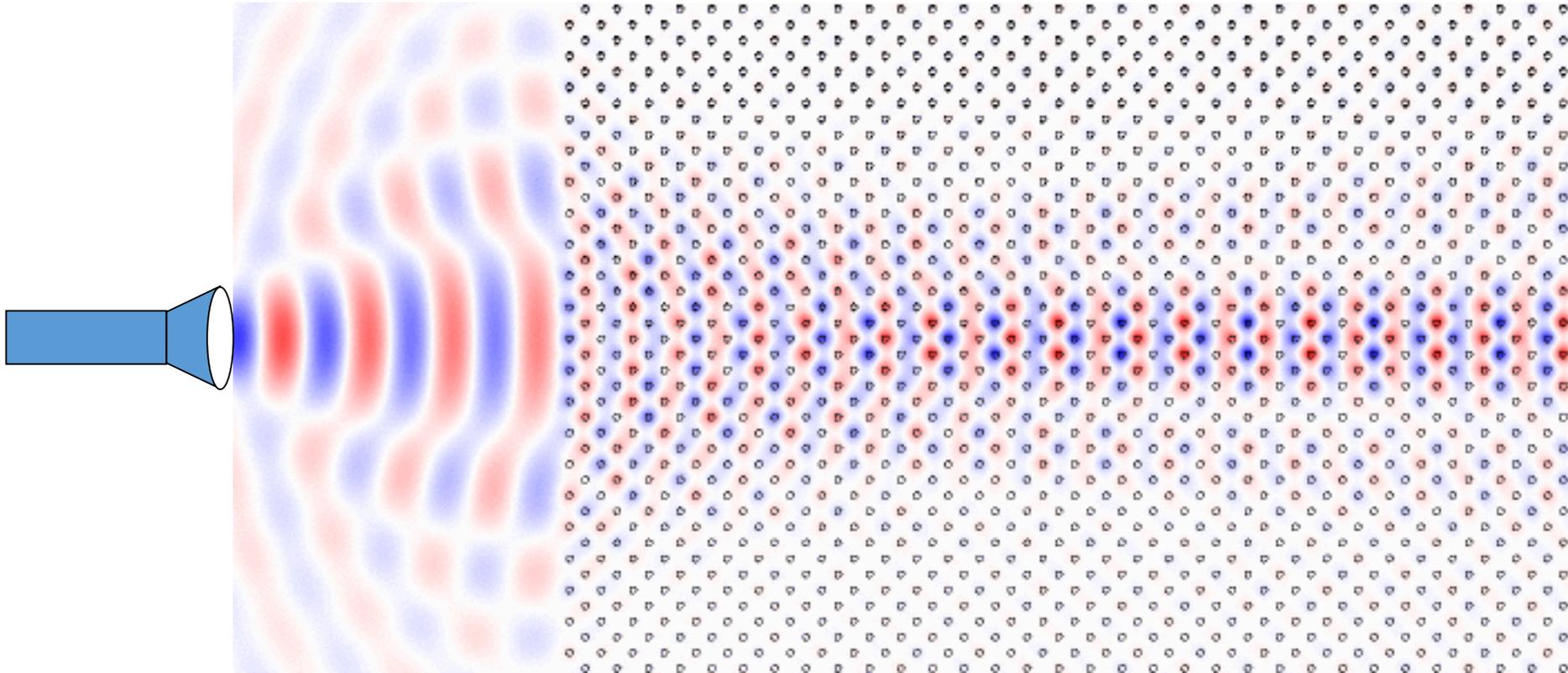
Múltiplos espalhamentos:



Interferência de 3 centros espalhadores das ondas viajando em diferentes direções

Introdução:

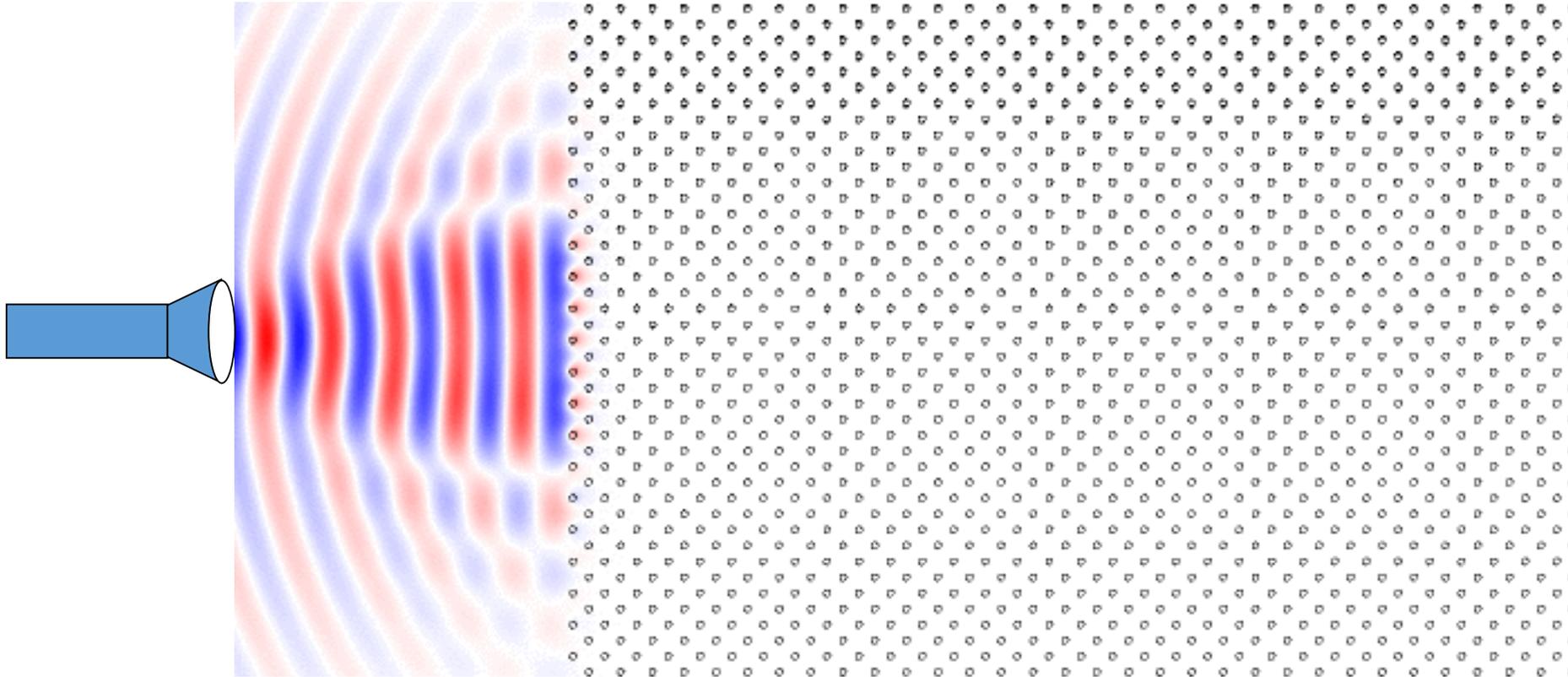
Se for ordenado:



A luz forma vários *feixes coerentes* que se propagam *sem espalhar*
(*supercolimação*)

Introdução:

Uma pequena mudança: diminuindo λ em 20% “isolador óptico” (*bandgap fotônico*)

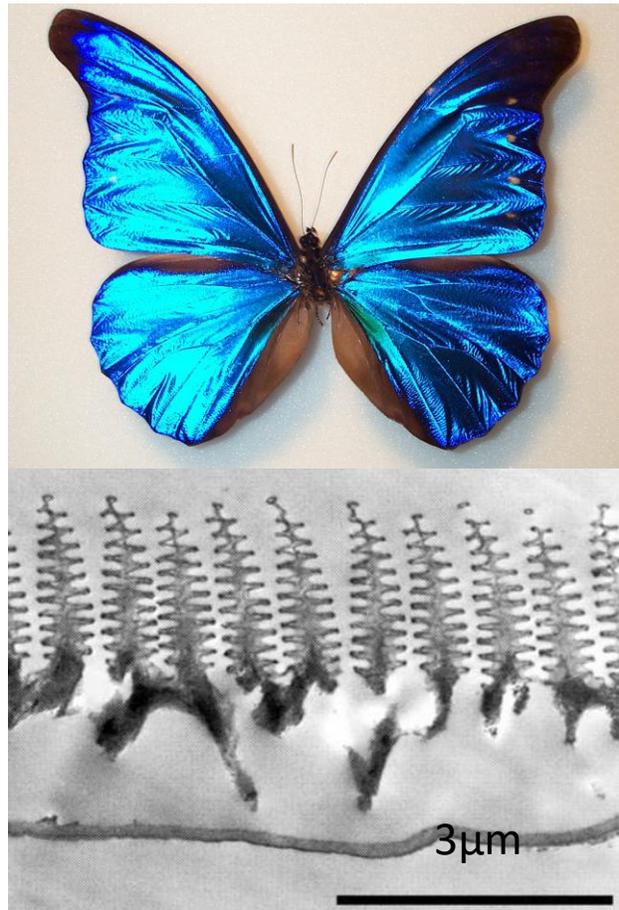


Luz não penetra na estrutura neste λ ! Todo o espalhamento *interfere destrutivamente*

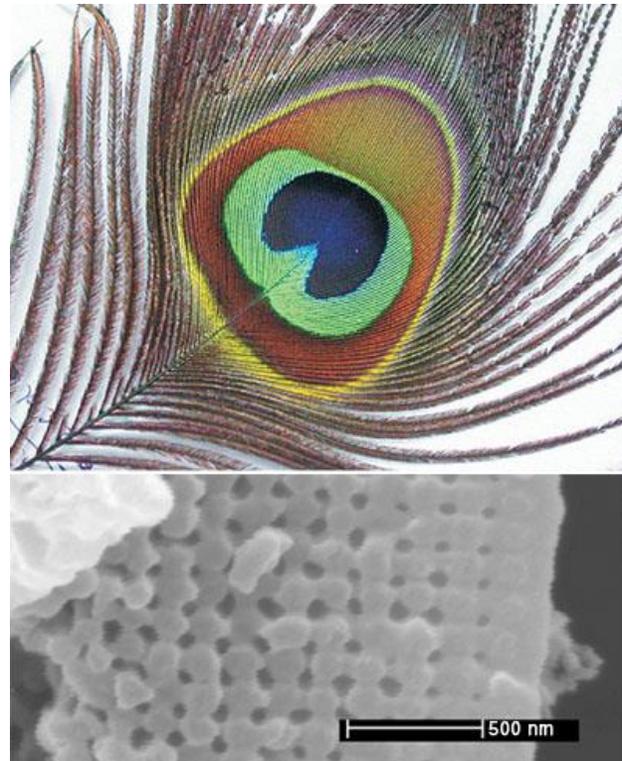
Introdução:

Cristais Fotônicos na Natureza

Morpho rhetenor: borboleta



Pavão: pena



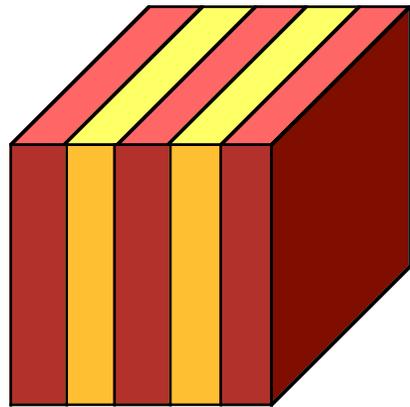
Opala natural



Introdução:

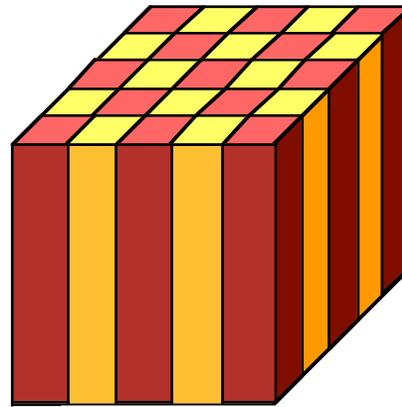
Possíveis meios periódicos:

1-D



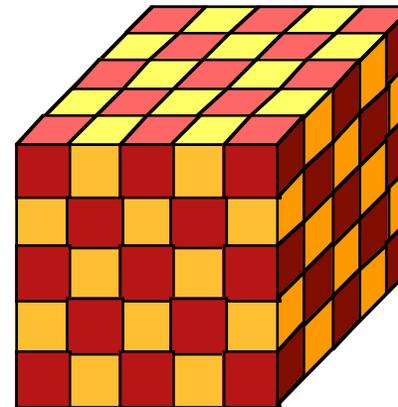
Periódico
em 1D

2-D



Periódico
em 2D

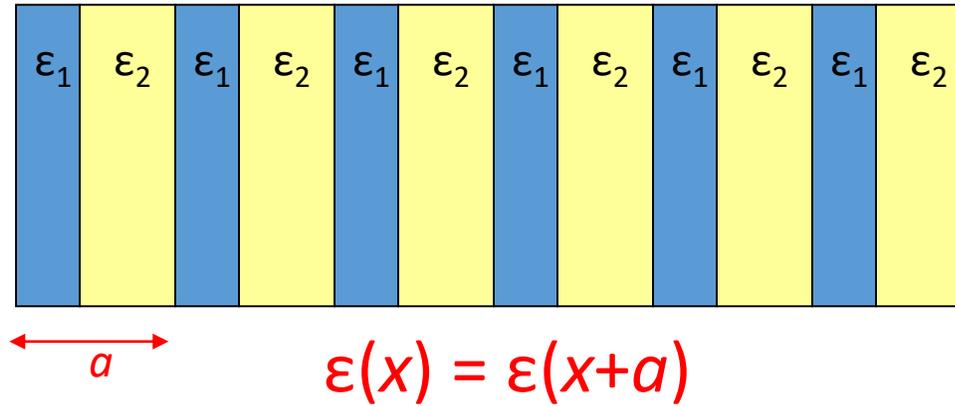
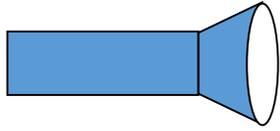
3-D



Periódico
em 3D

Análise Qualitativa

$$E(x) = Ae^{i(kx - \omega t)}$$



Coeficiente de Reflexão.

$$\Delta n = n_2 - n_1 \quad (1)$$

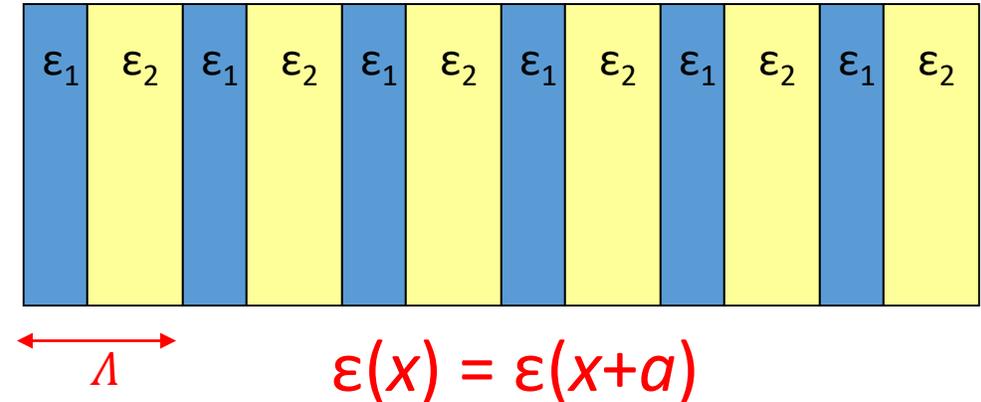
$$R = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (2)$$

$$R \cong -\frac{\Delta n}{2n} \quad (3)$$

Análise Qualitativa

- Luz incidente na interface vinda de n_1 1→2:

$$E_{r,12} = -\frac{\Delta n}{2n} A [1 + e^{-i\delta} + e^{-i2\delta} + \dots e^{-i(N-1)\delta}] \quad (4)$$



- Luz incidente na interface vinda de n_2 2 → 1:

$$E_{r,21} = -\frac{\Delta n}{2n} A e^{-i\frac{\delta}{2}} [1 + e^{-i\delta} + e^{-i2\delta} + \dots e^{-i(N-1)\delta}] \quad (5)$$

$$\text{Onde : } \delta = k(2\Lambda) = \frac{4\pi n\Lambda}{\lambda_0} \quad (6)$$

Análise Qualitativa

- Luz incidente na interface vinda de $n_2 \rightarrow 1$:

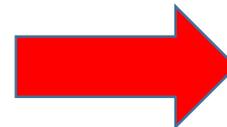
$$E_{r,21} = -\frac{\Delta n}{2n} A e^{-i\frac{\delta}{2}} [1 + e^{-i\delta} + e^{-i2\delta} + \dots + e^{-i(N-1)\delta}] \quad (1)$$

- Os termos dentro das chaves dão máximos quando:

$$\delta = 2\pi m = \delta = 2\pi$$

- Igualando com:

$$\frac{4\pi n \Lambda}{\lambda_0} = 2\pi$$



Reflexão total

Análise Qualitativa

Estudando a Reflexão Total:

$$R_{max} = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 = N^2 \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^2$$

- Dependência de N (quantidade de padrão de repetição)
- Quanto maior for N, temos um limite de $R \rightarrow 100\%$ e $T \rightarrow 0\%$

$$\lambda_b - \frac{\Delta\lambda}{2} < \lambda < \lambda_b + \frac{\Delta\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \text{BandGAP}$$

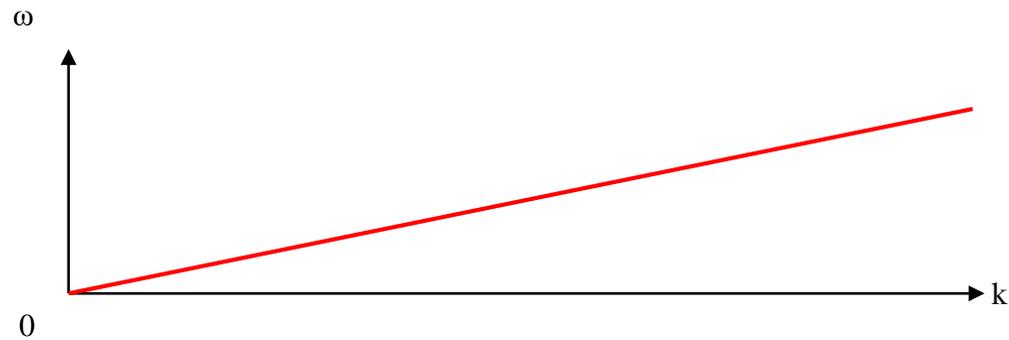
Análise Qualitativa

Energia do Fóton:

$$h\nu = \omega\hbar$$

Relação de Dispersão para um material com índice de refração constante:

$$\omega = \frac{c}{n}k$$



Análise Qualitativa

Relação de Dispersão para um material com índice de refração periódica

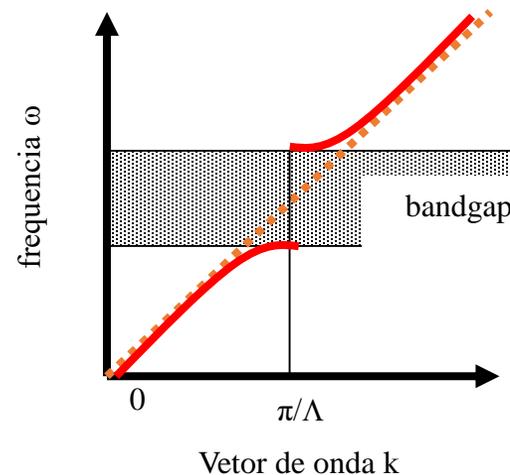
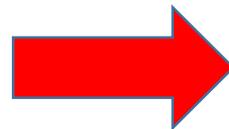
$$k_b = \frac{2\pi}{\lambda_b} = m \frac{\pi}{\Lambda}$$

Soluções:

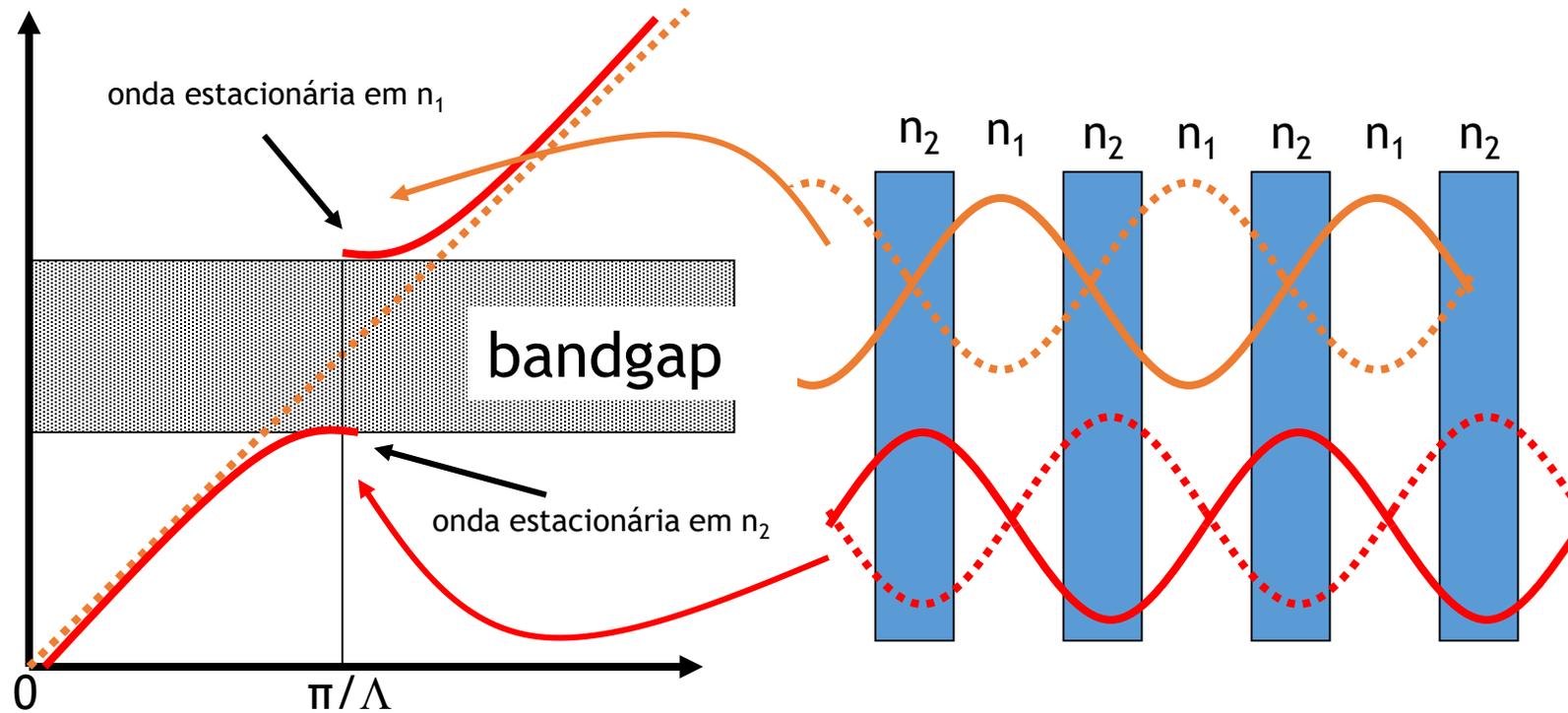
$$\frac{\pi}{\Lambda}, \frac{2\pi}{\Lambda}, \frac{3\pi}{\Lambda}, \dots$$

Onda não propagante:

$$V_g = \frac{d\omega}{dk} = 0$$



Análise Qualitativa



- Não existe uma onda propagante, mas sim um onda estacionaria!

Análise Quantificativa:

Equação Mestre:

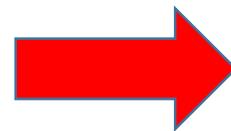
$$\nabla \cdot H(r, t) = 0$$

$$\nabla \cdot \varepsilon(r) \cdot E(r, t) = 0$$

$$\nabla \times E(r, t) + \mu \frac{\partial H(r, t)}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times H(r, t) + \varepsilon(r) \frac{\partial E(r, t)}{\partial t} = 0$$

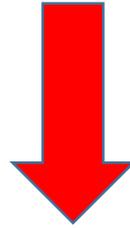
- Substituindo as expressões em \vec{E}
- Derivando, dividindo as equações por $\varepsilon(r)$
- Fazendo $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$



$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(r)} \nabla \times H(r) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 H(r)$$

Análise Quantificativa:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 H(\mathbf{r})$$



$$\ominus H = \omega/c^2$$

Equação de autovalores cujo operador é hermitiano!!!

Análise Quantificativa:

Tabela 1 : Comparativo entre Semicondutores e Cristais Fotônicos

	Semicondutores	Cristais Fotônicos
Campo	$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r})e^{i\omega t}$	$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{i\omega t}$
Equação de Autovalores	$H\Psi = (\hbar\omega)\Psi$	$\Theta\mathbf{H} = (\omega/c)^2\mathbf{H}$
Operador hermitiano	$H = \frac{-\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r})$	$\Theta = \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \right)$
Simetria translacional discreta	$V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r} + \mathbf{R})$	$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R})$
Relação de dispersão	$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$	$\omega = kv$

Análise Quantificativa:

Aplicação da Equação Mestra:

Objetivo:

- Encontrar a relação de dispersão para uma material com índice de refração constante.

Pelo teorema de Bloch, as autofunções de um meio periódico podem ser representadas por uma onda plana multiplicada por uma função periódica com a periodicidade da rede

$$H(x) = h(x)e^{ikx}$$

Sendo T o período da rede: $h(x) = h(x + T)$ e $\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon$

Análise Quantificativa:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 H(\mathbf{r})$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial (h e^{ikx})}{\partial x} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 h e^{ikx}$$

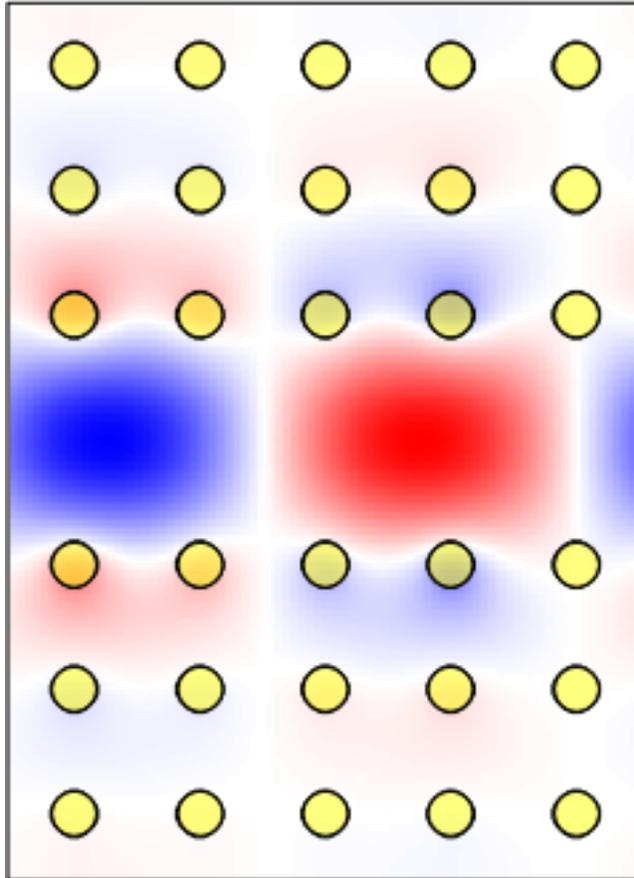
$$\frac{1}{\varepsilon} h k^2 e^{ikx} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 h e^{ikx}$$

$$k = \frac{n\omega}{c}$$

C.q.d

Aplicação:

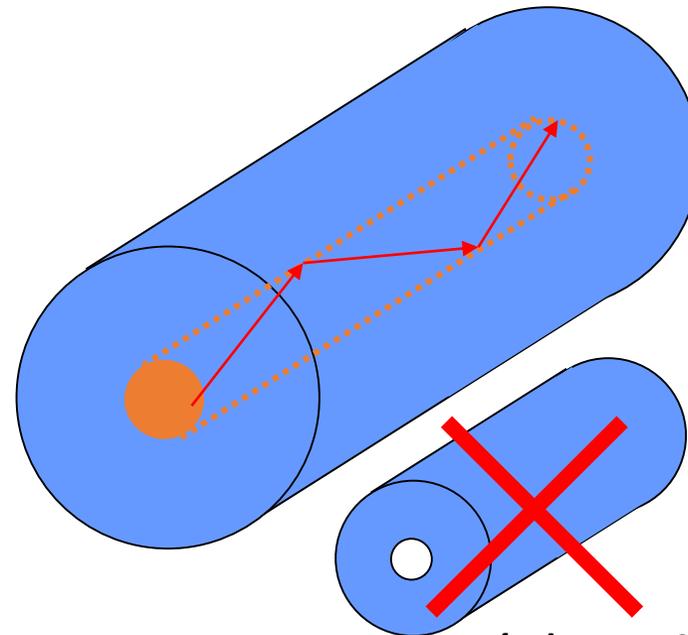
Mecanismo: apenas *gap*



vs. fibras ópticas padrão:

“reflexão total interna”

— requer **núcleo com alto n**



núcleo não vazio (oco)

vazio = baixa absorção, baixa não linearidade, alta potência

Conclusão:

- Cristais Fotônicos: Constituídos de elementos periódicos que geram o fenômeno de Bandgap
- Geração de onda estacionária dentro do material.
- Equação Mestra e suas semelhanças com a Física do estado sólido
- Aplicação: Potencial substituto das fibras ópticas convencionais.

Referências:

VUKUSIC, P.; SAMBLES, J. R. **Photonic structures in Biology**. Nature, v. 424,
P. 853–855, 2004

VUKUSIC, P.; STAVENGA, D. G. **Physical methods for investigating structural colours in biological systems**. Journal of The Royal Society Interface, v. 6, n. Suppl 2, p. S133–S148, 2009.

RAYLEIGH, L. **On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure**. Philosophical Magazine and Journal of Science, v. 24, p. 145–159, 1887.

KAPRIELIAN, Z. A. **Electromagnetic Transmission Characteristics of a Lattice of Infinitely Long Conducting Cylinders**. Journal of Applied Physics, v. 27, p. 1491 – 1502, 1956.

YABLONOVITCH, E. **Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics**. Physical Review Letters, v. 58, p. 2059–2062, 1987.

SHADBOLT, P. J. et al. **Generating, manipulating and measuring entanglement and mixture with a reconfigurable photonic circuit**. Nature Photonics, Published online, p. 45–49, 2011.

J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (Princeton, September 1995).